УДК: 517.95

В.Б. ВАСИЛЬЕВ, Н.В. ЭБЕРЛЕЙН

V.B. VASILYEV, N.V. EBERLEIN

**О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОГО КЛАССА УРАВНЕНИЙ**

**ON SOLVABILITY OF CERTAIN CLASS OF EQUATIONS**

*В данной статье рассмотрим краевую задачу с условием типа Дирихле для пары эллептических псевдодифференциальных уравнений в плоском угле в пространствах Соболева-Слободецкого.*

*Ключевые слова: псевдодифференциальные уравнения, разрешимость, краевая задача.*

*In this article we will consider boundary value problem with Dirichlet type condition for a pair of elliptic pseudo-differential equations in a plane sector in Sobolev-Slobodetskii spaces.*

*Keywords: pseudo-differential equation, solvability, boundary value problem.*

Мы напомним некоторые основные факты и методы [1,2], связанные с разрешимостью псевдодифференциального уравнения

*(Au+)(x) = f(x), x ,* (1)

в пространстве *Hs(),* где  *: x = (x1, …, xm-1, xm),* *xm > a |x′|, a > 0}, x′ = (x1, …, xm-1), A* – псевдодифференциальный оператор с символом *A*(ξ), удовлетворяющий условию

*c1 ≤ | A(*ξ*)(1+ |*ξ*|)-α| ≤ c2.* (2)

Такие символы являются эллиптическими [1,2], и имеют порядок *α*

По определению, пространство *Hs()* состоит из (обобщенных) функций из пространства *Hs(*носители которых содержатся в . Норма в пространстве *Hs()* инициируется нормой пространства *Hs(*

Обозначим конус, сопряженный конусу

*= {x x′, xm), a xm > | x′|},*

*, T(* обозначает радиальную трубчатую область под конусом ласть многомерного комплексного пространства вида +*i* [3], знак ′′~′′ обозначает преобразование Фурье:

*ξ)ξ) = u(x)dx.*

Для описания картины разрешимости уравнения (1) вводится следующее

**Определение.** Волновой факторизацией символа A(ξ) относительно конуса называется его представление в виде

*A(*ξ*) = A≠(*ξ*)A=(*ξ*),*

где сомножители*, A≠(*ξ*), A=(*ξ*)* должны удовлетворять следующим условиям*:*

1. *A≠(*ξ*), A=(*ξ*)* определены для всех значенийξкроме, возможно, точек вида  *{*ξ  *: |*ξ*′|2 = a2};*
2. *A≠(*ξ*), A=(*ξ*)* допускают аналитическое продолжение в радиальные трубчатые области *T(T(* соответственно с оценками

*(*ξ *+ iτ)| ≤ c1(1 + |*ξ*| + |τ|)±æA,*

*(*ξ *- iτ)| ≤ c2(1 + |*ξ*| + |τ|)±(α – æA), τ .*

индексом волновой факторизации символа *A*(ξ).

Здесь мы рассмотрим следующую задачу на плоскости: найти пару функций *u+ s1*(, *v-- s2(),* который удовлетворяет уравнениям

*(Au+)(x) = 0, x ,* (3)

*(Bv--)(x) = 0, x ,* (4)

где *= { x : x2 > a |x1|, a > 0}, A, B –* псевдодифференциальные операторы с символами A(ξ), B(ξ), удовлетворяющими условию (2) с порядками α, соответственно.

Предположим, что индексы волновой факторизации , символов A(ξ), B(ξ) таковы, что *– s1 = 1 + δ1, – s2 = 1 + δ2, | δ1| 1/2, | δ2| 1/2.*

Согласно теории, развитой в [2], общие решения уравнений (3), (4) имеют вид

*+*(ξ) = (ξ) (0(ξ1 - *a*ξ2) + 0(ξ1 + *a*ξ2)), (5)

*-*(ξ) = (ξ) (0(ξ1 - *a*ξ2) + 0(ξ1 + *a*ξ2)), (6)

где *c0, d0, r0, q0* – произвольные функции одной переменной, c0, *d0 Hs1(+), r0, q0 Hs2(­), = sk -1/2, k = 1,2.*

Для определения 4 произвольных функций задаются дополнительные условия (это устанавливает связь между парами c0, d0 и r0, q0) и линейная комбинация граничных значений u+ и v-, подобно [4], в результате чего получается система линейных интегральных уравнений. Разрешимость последней системы линейных интегральных уравнений эквивалентна разрешимости поставленной краевой задачи.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Эскин Г.И. Краевые задачи для эллиптических псевдодифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1973. – 232 с.

2. Васильев В.Б. Мультипликаторы интегралов Фурье, псевдодифференциальные уравнения, волновая факторизация, краевые задачи. – М.: КомКнига – 2-е изд., 2010. – 135 с.

3. Владимиров В.С. Методы теории функции многих комплексных переменных. – М.: Наука, 1964. – 411 с.

4. Vasilyev V.B. On some transmission problems in a plane corner / / Tatra Mt. Math. Publ. – 2015. – V. 63. – P. 291 – 301.

**Васильев Владимир Борисович**

Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород

Профессор кафедры прикладной математики и компьютерного моделирования

E-mail: [vasilyev\_v@bsu.edu.ru](mailto:vasilyev_v@bsu.edu.ru)

**Эберлейн Николай Владимирович**

Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород

Институт инженерных и цифровых технологий, аспирант

Тел.: +7-950-710-54-55

E-mail: [649377@bsu.edu.ru](mailto:649377@bsu.edu.ru)