УДК 517.983

В. Б. ВАСИЛЬЕВ, А. А. ХОДЫРЕВА

V.B. VASILYEV, A.A. KHODYREVA

**О ДИСКРЕТНЫХ ОПЕРАТОРАХ В ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ**

**ON DIGITAL OPERATORS IN THE THEORY OF BOUNDARY VALUE PROBLEMS**

*В данной статье авторами рассматриваются дискретные функции в конусе, рассматриваются свойства их дискретных преобразований Фурье. Данные свойства связаны аналитичностью исследуемых классов функций в специальных областях многомерного комплексного пространства.*

*Ключевые слова:* *дискретная область, дискретное преобразование Фурье, аналитичность.*

*In this article, the authors consider discrete functions in a cone, consider the properties of their discrete Fourier transforms. These properties are related by the analyticity of the studied classes of functions in special areas of a multidimensional complex space.*

*Key words: discrete domain, discrete Fourier transform, analyticity.*

Пусть D Rm –выпуклый конус, не содержащий целой прямой, и – сопряженный конус к D, т. е.

Ď={x ϵ Rm : x ∙ y >, y ϵ D}.

Обозначим Dd  = hZm, h > 0, ħ ≡ h-1 , множество вида ħTm +i Ď обозначим Т(Ď) Сm. Для ħTm  ≡ Rm (h → 0) такие множества многомерного комплексного пространства называют радиальными трубчатыми областями над конусом Ď [1]. Вводим функцию

,

и определим оператор

Данный оператор будет представлять собой конический аналог периодического преобразования Гильберта [2, 3,4].

Далее вводятся дискретные аналоги пространства Шварца S(hZm) и пространств Соболева-Слободецкого H8(hZm), H8(Ď) [3, 4]. Рассматриваются функции дискретного аргумента ud на дискретном множестве Dd.

Положим Pd : H8(hZm) → H8(Ď) – проектор на Dd, т. е. ud H8(hZm)

Дискретное преобразование Фурье будет определяться формулой

**Свойство 1.** Для ud S(hZm) справедливо следующее тождество

FdPdud = BdFdud.

*Доказательство.* Если введем функцию как характеристическую функцию дискретного конуса Dd , то очевидным будет равенство

Для того чтобы применить теорему о свертке, необходимо регуляризовать характеристическую функцию множителем , τ Ď, так, что произведение будет являться уже интегрируемой функцией.

После этого можно воспользоваться теоремой о свертке двух функций и ud. Теперь согласно определению Bd(z) и свойствам преобразования Фурье получаем утверждение Леммы 1.

*Замечание.* Из Свойства 1 следует, оператор Bd : L2(ħTm) → L2(ħTm) – будет линейным ограниченным оператором с нормой, не зависящей от h, она равно 1.

**Свойство 2.** Функция Bd(z) аналитична в области T(Ď) и удовлетворяет оценке

где постоянная C не зависит от h.

*Доказательство.* Условия Коши-Римана проверяются непосредственно. Необходимо воспользоваться аргументами из [1]. Согласно равенству Парсеваля имеем

где обозначает угол между и . Последний ряд будет сходящимся только, если τ Ď. Следовательно,

,

где a > 0, D’d , τ Ď”d (см.[1]).

Необходимо учесть, что для b > 0

мы получаем

Это завершает доказательство.

*Замечание 2.* Очевидно, что при h → 0 мы получаем известную оценку [1] вида C” | τ | - m.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Владимиров В. С. Методы теории функций многих комплексных переменных. – М.: Наука, 1964. – 411 с.
2. Vasilyev A., Vasilyev V. Discrete singular operators and equations in half-space // Azerb. J. Math. – 2013. – V. 3. – No 1. – P. 84 – 93.
3. Vasilyev A., Vasilyev V. Pseudo-differential operators and equations in a discrete half-space // Math. Model. Anal. – 2018. . – V. 23. – No 3. – P. 492 – 506.
4. Vasilyev V. The periodic Cauchy kernel, the periodic Bochener kernel, discrete pseudo-differential operators // In: T. Simons and C. Tsitouras (Eds.), Proceeding of the International Conference on Numerical Analysis and Applications (ICNAAM- 2016), V. 1863 of AIP Conf. Proc., p. 140014, Melville, 2017. AIP Publishing.

**Васильев Владимир Борисович**

Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород

Д. ф.-м. н., профессор кафедры прикладной математики и компьютерного моделирования, и. о. заведующего кафедрой

Тел.: +7(4722) 30-13-56

E-mail: [vasilyev\_v@bsu.edu.ru](mailto:vasilyev_v@bsu.edu.ru)

**Ходырева Анастасия Александровна**

Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород

аспирант кафедры прикладной математики и компьютерного моделирования

E-mail: <711012@bsu.edu.ru>